

Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 5

2. listopadu 2018

- (předchozí DÚ) Nechť \mathcal{S} je spočetný neprázdný systém (množina) neprázdných konečných množin. Řekneme, že má *prostý selektor*, pokud existuje prostá funkce $f: \mathcal{S} \rightarrow \bigcup \mathcal{S}$ taková, že $f(S) \in S$ pro každé $S \in \mathcal{S}$. Dokažte, že \mathcal{S} má prostý selektor, právě když má každá jeho neprázdná konečná podmnožina prostý selektor.
- Sestrojte atomické tablo pro Peirceovu spojku \downarrow (NOR) a pro Shefferovu spojku \uparrow (NAND).
- Nechť φ je výrok $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$.
 - Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a množinové reprezentace.
 - Nalezněte rezoluční zamítnutí $\neg\varphi$, tj. důkaz φ .
- Nalezněte rezoluční uzávěry $\mathcal{R}(S)$ pro následující formule S .
 - $\{\{p, q\}, \{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, q\}\}$
 - $\{\{p, q\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, \neg q\}\}$
 - $\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}\}$
- Nalezněte rezoluční zamítnutí následujících výroků.
 - $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$
 - $\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q)$
- Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$ platí s , tj. $T \models s$.
- Dokažte, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1 a C_2 , je i C splnitelná.
- Sestrojte *strom dosazení* pro formuli $S = \{\{p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}, \{\neg p, t\}, \{\neg s\}, \{s, \neg t\}\}$.
- Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H₂, O₂, C a lze provést následující reakce.
 - $\text{MgO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{Mg} + \text{H}_2\text{O}$
 - $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$
 - $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3$
 - Reprezentujte naše možnosti výrokem a převeďte ho do množinové reprezentace.
 - Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H₂CO₃.
- V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule φ, ψ, χ následující vztahy.
 - $\vdash_H \varphi \rightarrow \varphi$
 - $T \vdash_H \varphi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi\}$
 - $T \vdash_H \psi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi, \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)\}$

Pozn: Příště, tj. 9.11., se bude psát první test. DÚ nebyl zadán.