

Zkouška VPL - písemná část

17. ledna 2019

1. Nechť $T = \{q \rightarrow (\neg p \rightarrow q), \neg r \rightarrow \neg p \wedge q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Tablo metodou naleznete všechny modely teorie T . (3b)
 - (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v DNF a výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Je teorie T extenzí teorie $S = \{q \leftrightarrow \neg r\}$ nad $\{q, r\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou lživé v S nebo T . Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Jsou dána následující tvrzení o proběhlém genetickém experimentu:
 - (i) Každá ovce byla buď porozena jinou ovčí, nebo byla naklonována (avšak nikoli oboje zároveň).
 - (ii) Žádná naklonovaná ovce neporodila.

Ukažte rezolucí, že pak:

- (iii) Pokud ovce porodila, byla sama porozena.

Konkrétně:

- (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ v jazyce $L = \langle P, K \rangle$ bez rovností, kde P je binární relační symbol, K je unární relační symbol a $P(x, y)$, $K(x)$ značí, že “ovce x porodila ovci y ” a “ovce x byla naklonována”. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí naleznete otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \varphi_3$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF naleznete teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí tři rezoluční kroky.* (3b)
 - (e) Naleznete konjunkci základních instancí axiomů T' , která je nesplnitelná. (2b)
3. Nechť $T = \{x = f(f(x)), \varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle f \rangle$ s rovností, kde f je unární funkční symbol a axiom φ vyjadřuje, že “existují nejvýše 3 prvky”.
 - (a) Určete izomorfní spektrum teorie T . (2b)
 - (b) Napište dvě navzájem neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T . (2b)
 - (c) Nechť $T' = \{f(x) = f(f(f(x))), \varphi\}$ je teorie stejného jazyka, axiom φ je stejný jako výše. Je T' extenze T ? Je T extenze T' ? Uveďte zdůvodnění. (2b)