Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 5

30. října 2019

1. (předchozí DÚ) Nechť $\mathcal{S}$ je spočetný neprázdný systém (množina) neprázdných konečných množin. Řekneme, že má *prostý selektor*, pokud existuje prostá funkce $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup \mathcal{S}$ taková, že $f(S) \in S$ pro každé $S \in \mathcal{S}$. Dokažte, že $\mathcal{S}$ má prostý selektor, právě když má každá jeho neprázdná konečná podmnožina prostý selektor.

2. Dokažte přímo (transformací tabel) větu o dedukci, tj. pro každou teorii T, formule φ, ψ,

$$T \vdash \varphi \to \psi \ \text{ právě když } \ T, \varphi \vdash \psi.$$

3. Nechť φ je výrok $\neg(p \vee q) \to (\neg p \wedge \neg q)$.
   (a) Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a množinové reprezentace.
   (b) Nalezněte rezoluční zamítnutí $\neg\varphi$, tj. důkaz φ.

4. Nalezněte rezoluční uzávěry $\mathcal{R}(S)$ pro následující formule S.
   (a) $\{\{p, q\}, \{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, q\}\}$
   (b) $\{\{p, q\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, \neg q\}\}$
   (c) $\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}\}$

5. Nalezněte rezoluční zamítnutí následujících výroků.
   (a) $(p \leftrightarrow (q \to r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$
   (b) $\neg(((p \to q) \to \neg q) \to \neg q)$

6. Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \to \neg q, \neg q \to \neg r, (r \to p) \to s\}$ platí s, tj. $T \models s$.

7. Dokažte, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1 a C_2, je i C splnitelná.

8. Sestrojte *strom dosazení* pro formuli $S = \{\{p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}, \{\neg p, t\}, \{\neg s\}, \{s, \neg t\}\}$.

9. (DÚ) Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H_2, O_2, C a lze provést následující reakce.

$$\begin{array}{ll} (1) & MgO + H_2 \ \to \ Mg + H_2O \\ (2) & C + O_2 \ \to \ CO_2 \\ (3) & CO_2 + H_2O \ \to \ H_2CO_3 \end{array}$$

   (a) Reprezentujte naše možnosti výrokem a převeďte ho do množinové reprezentace.
   (b) Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H_2CO_3.

10. V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule φ, ψ, χ následující vztahy.
   (a) $\vdash_H \varphi \to \varphi$
   (b) $T \vdash_H \varphi \to \chi$ pro $T = \{\varphi \to \psi,\ \psi \to \chi\}$
   (c) $T \vdash_H \psi \to \chi$ pro $T = \{\varphi,\ \psi \to (\varphi \to \chi)\}$

Pozn: první test se bude psát 13.11.