

Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 5

30. října 2019

- (předchozí DÚ) Nechť \mathcal{S} je spočetný neprázdný systém (množina) neprázdných konečných množin. Řekneme, že má *prostý selektor*, pokud existuje prostá funkce $f: \mathcal{S} \rightarrow \bigcup \mathcal{S}$ taková, že $f(S) \in S$ pro každé $S \in \mathcal{S}$. Dokažte, že \mathcal{S} má prostý selektor, právě když má každá jeho neprázdná konečná podmnožina prostý selektor.

- Dokažte přímo (transformací tabel) větu o dedukci, tj. pro každou teorii T , formule φ, ψ ,

$$T \vdash \varphi \rightarrow \psi \text{ právě když } T, \varphi \vdash \psi.$$

- Nechť φ je výrok $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$.

- Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a množinové reprezentace.
- Nalezněte rezoluční zamítnutí $\neg\varphi$, tj. důkaz φ .

- Nalezněte rezoluční uzávěry $\mathcal{R}(S)$ pro následující formule S .

- $\{\{p, q\}, \{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, q\}\}$
- $\{\{p, q\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, \neg q\}\}$
- $\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}\}$

- Nalezněte rezoluční zamítnutí následujících výroků.

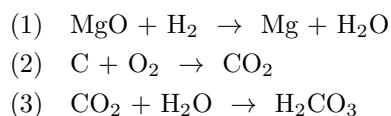
- $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$
- $\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q)$

- Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$ platí s , tj. $T \models s$.

- Dokažte, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1 a C_2 , je i C splnitelná.

- Sestrojte *strom dosazení* pro formuli $S = \{\{p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}, \{\neg p, t\}, \{\neg s\}, \{s, \neg t\}\}$.

- (DÚ) Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H₂, O₂, C a lze provést následující reakce.



- Reprezentujte naše možnosti výrokem a převeďte ho do množinové reprezentace.
- Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H₂CO₃.

- V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule φ, ψ, χ následující vztahy.

- $\vdash_H \varphi \rightarrow \varphi$
- $T \vdash_H \varphi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi\}$
- $T \vdash_H \psi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi, \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)\}$

Pozn: první test se bude psát 13.11.