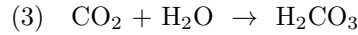
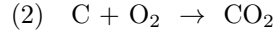
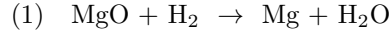


Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 6

6. listopadu 2019

1. (předchozí DÚ) Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H₂, O₂, C a lze provést reakce:



- (a) Reprezentujte naše možnosti výrokem a převed'te ho do množinové reprezentace.
(b) Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H₂CO₃.
2. Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$ platí s , tj. $T \models s$.
3. V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule φ, ψ, χ následující vztahy.

$$(a) \vdash_H \varphi \rightarrow \varphi$$

$$(b) T \vdash_H \varphi \rightarrow \chi \text{ pro } T = \{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi\}$$

$$(c) T \vdash_H \psi \rightarrow \chi \text{ pro } T = \{\varphi, \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)\}$$

4. Určete volné a vázané výskyty proměnných v následujících formulích. Poté je převed'te na varianty, ve kterých nebudou proměnné s volným i vázaným výskytem zároveň.

$$(a) (\exists x)(\forall y)P(y, z) \vee (y = 0)$$

$$(b) (\exists x)(P(x) \wedge (\forall x)Q(x)) \vee (x = 0)$$

$$(c) (\exists x)(x > y) \wedge (\exists y)(y > x)$$

5. Nechť φ je formule $(\forall x)((x = z) \vee (\exists y)(f(x) = y) \vee (\forall z)(y = f(z)))$. Které termy jsou substituovatelné do φ za její proměnné?

$$(a) \text{ term } z \text{ za proměnnou } x, \text{ term } y \text{ za proměnnou } x,$$

$$(b) \text{ term } z \text{ za proměnnou } y, \text{ term } 2 * y \text{ za proměnnou } y,$$

$$(c) \text{ term } x \text{ za proměnnou } z, \text{ term } y \text{ za proměnnou } z,$$

6. Jsou následující formule variantou formule $(\forall x)(x < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq x))$?

$$(a) (\forall z)(z < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq z))$$

$$(b) (\forall y)(y < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq y))$$

$$(c) (\forall u)(u < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq u))$$

7. Mějme strukturu $\mathcal{A} = (\{a, b, c, d\}, \triangleright^A)$ pro jazyk s jediným binárním relačním symbolem \triangleright , kde $\triangleright^A = \{(a, c), (b, c), (c, c), (c, d)\}$. Určete, zda jsou následující formule v pravdivé v \mathcal{A} .

$$(a) x \triangleright y$$

$$(b) (\exists x)(\forall y)(y \triangleright x)$$

$$(c) (\exists x)(\forall y)((y \triangleright x) \rightarrow (x \triangleright x))$$

$$(d) (\forall x)(\forall y)(\exists z)((x \triangleright z) \wedge (z \triangleright y))$$

$$(e) (\forall x)(\exists y)((x \triangleright z) \vee (z \triangleright y))$$

8. Pro každou formuli φ z předchozího cvičení nalezněte strukturu \mathcal{B} (pokud existuje) takovou, že $\mathcal{B} \models \varphi$, právě když $\mathcal{A} \not\models \varphi$.

9. Dokažte (sémanticky z definic) anebo nalezněte protipříklad, že pro každou formuli φ platí

$$(a) \varphi \models (\forall x)\varphi$$

$$(b) \models \varphi \rightarrow (\forall x)\varphi$$

$$(c) \varphi \models (\exists x)\varphi$$

$$(d) \models \varphi \rightarrow (\exists x)\varphi$$

Pozn.

Příští týden 13.11. se bude psát první test. Domácí úkol nebyl zadán.