

## Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 9

27. listopadu 2019

- (předchozí DÚ) Mějme teorii  $T = \{x = c_1 \vee x = c_2 \vee x = c_3\}$  nad jazykem  $L = \langle c_1, c_2, c_3 \rangle$  s rovností.
  - Je  $T$  (sémanticky) bezesporná?
  - Jsou všechny modely  $T$  elementárně ekvivalentní? Tj. je  $T$  (sémanticky) kompletní?
  - Určete všechny její jednoduché kompletní extenze (až na ekvivalenci).
  - Je teorie  $T' = \{x = c_1 \vee x = c_4\}$  nad jazykem  $L = \langle c_1, c_2, c_3, c_4 \rangle$  extenzí  $T'$ ? Je  $T'$  jednoduchou extenzí? Je  $T'$  konzervativní extenzí? Je teorie  $T^* = T \cup T'$  konzervativní extenzí teorie  $T$ ?
- Nechť  $\mathbb{Q} = \langle \mathbb{Q}, +, -, \cdot, 0, 1 \rangle$  je struktura racionálních čísel se standardními operacemi (tvoří těleso).
  - Existuje redukt  $\mathbb{Q}$ , který je modelem teorie grup?
  - Lze redukt  $\langle \mathbb{Q}, \cdot, 1 \rangle$  expandovat na model teorie grup?
  - Obsahuje  $\mathbb{Q}$  podstrukturu, která není elementárně ekvivalentní s  $\mathbb{Q}$ ?
  - Označme  $Th(\mathbb{Q})$  množinu všech sentencí pravdivých v  $\mathbb{Q}$ . Je  $Th(\mathbb{Q})$  kompletní teorie?
- Uvažme níže uvedenou filmovou databázi jako relační strukturu  $\mathcal{D} = \langle D, Filmy, Program, c^D \rangle_{c \in D}$  jazyka  $L = \langle F, P, c \rangle_{c \in D}$  s rovností, kde  $D = \{\text{'Po strništi bos'}, \text{'J. Tříška'}, \text{'Mat'}, \text{'13:15'}, \dots\}$  a  $c^D = c$  pro každé  $c \in D$ . Napište formule definující v  $\mathcal{D}$  tabulku
  - filmů, ve kterých hraje jejich režisér,
  - kin a časů, kdy je možné shlédnout film, ve kterém hraje jeho režisér,
  - režisérů, kteří hrají ve filmech promítaných v kinu Mat,
  - herců či režisérů, jejichž film se nikde nepromítá.

<i>Filmy</i>	<i>název</i>	<i>režisér</i>	<i>herec</i>	<i>Program</i>	<i>kino</i>	<i>název</i>	<i>čas</i>
	Lidé z Maringotek	M. Frič	J. Tříška		Světozor	Po strništi bos	13:15
	Po strništi bos	J. Svěrák	Z. Svěrák		Mat	Po strništi bos	16:15
	Po strništi bos	J. Svěrák	J. Tříška		Mat	Lidé z Maringotek	18:30
	...	...	...		...	...	...

- Nechť  $L = \langle F \rangle$  je jazyk s rovností, kde  $F$  je binární funkční symbol. Napište formule definující (bez parametrů) v následujících strukturách následující množiny:
  - interval  $(0, \infty)$  v  $\mathcal{A} = \langle \mathbb{R}, \cdot \rangle$ , kde  $\cdot$  je standardní násobení reálných čísel,
  - množinu  $\{(x, 1/x) \mid x \neq 0\}$  ve stejné struktuře  $\mathcal{A}$ ,
  - množinu všech nejvýše jednoprvkových podmnožin  $\mathbb{N}$  v  $\mathcal{B} = \langle \mathcal{P}(\mathbb{N}), \cup \rangle$ .

### Domácí úkol

Příklad 4 (1 bod).