Test 2

8. ledna 2020

Za každý příklad lze získat 2 body, celkem 10 bodů.

Uvažme následující formule $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ a teorii $T = \{\varphi_1, \varphi_2\}$ jazyka $L = \langle P, R \rangle$ bez rovnosti.

$$\begin{aligned}
\varphi_1 :&\quad (\forall y)(P(y) \to (\exists x)R(y,x)) \to (\exists y)R(x,y)\\
\varphi_2 :&\quad (\exists y)\neg(\forall z)R(y,z) \to \neg(\exists x)P(x)\\
\varphi_3 :&\quad (\forall x)(\exists x)R(x,y)
\end{aligned}$$

1. Uveďte příklady dvou termů t_1, t_2 takových, že t_1 je, resp. t_2 není, substituovatelný do formule φ_1 za nějakou volnou proměnnou. Dále napište variantu formule φ_1, do které je term t_2 substituovatelný za tutéž volnou proměnnou.

2. Tablo metodou dokažte, že pro každé formule φ, ψ, kde x není volná v ψ, platí

$$\models (\exists x)(\varphi(x) \to \psi) \to ((\forall x)\varphi(x) \to \psi)$$

3. Převeďte generální uzávěry formulí φ_1, φ_2 do prenexního tvaru.

4. Skolemizací předchozích formulí a formule φ_3 či jejich negací nalezněte otevřenou teorii S, která je nesplnitelná, právě když $T \models \varphi_3$. Napište S v množinové reprezentaci.

5. Ukažte, že $S \vdash_R \square$. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci.