

Zkouška VPL - písemná část

30. ledna 2020

1. Víme, že následující tři tvrzení jsou ekvivalentní:

- (i) Mluví-li Pavel pravdu, Quido lže.
- (ii) Pavel lže, pokud Radek lže.
- (iii) Quido tvrdí, že Radek mluví pravdu.

- (a) Vyjádřete naše znalosti jako axiomy výrokové teorie T nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$, kde prvovýroky p, q, r reprezentují, že Pavel, Quido, Radek (respektive) mluví pravdu. (2b)
 - (b) Tablo metodou z teorie T dokažte, že aspoň jeden z nich lže. (3b)
 - (c) Určete modely teorie T a axiomatizujte $M(T)$ formulemi v CNF a DNF. (2b)
 - (d) Kolik má teorie T navzájem neekvivalentních konzervativních extenzí nad $\{p, q, r, s\}$? Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Nechť $T = \{\neg(\exists x)R(x), (\exists x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow P(y, x)), (\forall x)((\exists y)(P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow R(x)), (\forall x)(\exists y)P(x, y)\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R \rangle$ bez rovnosti, kde P, R jsou binární resp. unární relační symboly.

- (a) Skolemizací nalezněte k T otevřenou ekvivalentní teorii T' (nad vhodně rozšířeným jazykem). (2b)
 - (b) Převeďte T' na ekvivalentní teorii S v CNF. Zapište S v množinové reprezentaci. (2b)
 - (c) Nalezněte rezoluční zamítnutí teorie S . U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů S , která je nespílitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (b).* (2b)
 - (e) Má teorie T jednoduchou kompletní extenzi? Uveďte zdůvodnění. (2b)
3. Buď $T = \{(\forall x)(\exists y)S(y) = x, S(x) = S(y) \rightarrow x = y\}$ teorie v jazyce $L = \langle S \rangle$ s rovností, kde S je unární funkční symbol.
- (a) Nalezněte extenzi T' teorie T o definici nového unárního funkčního symbolu P takovou, že $T' \models S(S(x)) = y \leftrightarrow P(P(y)) = x$. (2b)
 - (b) Je teorie T' otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)