

Zkouška VPL - písemná část

12. února 2020

1. V pokladnici jsou tři truhly, v jedné z nich je poklad a zbylé dvě jsou prázdné. Na každé truhle je nápis:
 - 1. truhla: “V této truhle poklad není.”
 - 2. truhla: “V této truhle poklad není.”
 - 3. truhla: “Poklad je v 1. truhle.”

Pokladník říká, že “Právě jeden z těchto nápisů je pravdivý.”

- (a) Vyjádřete naše znalosti pomocí výrokové teorie T v jazyce $\mathbb{P} = \langle p_1, p_2, p_3, q \rangle$, kde výroková proměnná p_i označuje “poklad je v i -té truhle” a q označuje “pokladník mluví pravdu”. (2b)
 - (b) Pomocí rezoluční metody dokažte, že z teorie T vyplývá, že “pokud pokladník mluví pravdu, potom je poklad ve 2. truhle”. Nakreslete rezoluční strom. (3b)
 - (c) Axiomatizujte teorii T pomocí výroku v DNF a pomocí výroku v CNF. (2b)
 - (d) Najděte všechny jednoduché kompletní extenze teorie T (až na ekvivalenci). (2b)
 - (e) Najděte příklad výroků φ, ψ v jazyce \mathbb{P} , které jsou T -ekvivalentní, ale ne logicky ekvivalentní. Zdůvodněte. (2b)
2. Bud' $T = \{(\exists x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)(R(x) \rightarrow \neg Q(x))\}$ teorie v jazyce $L = \langle P, Q, R \rangle$ bez rovnosti, kde P, Q, R jsou unární relační symboly. Mějme sentenci $\varphi = (\exists x)(R(x) \rightarrow P(x))$.
 - (a) Zkonstruuje dokončené tablo z teorie T s položkou $F\varphi$ v kořeni. (3b)
 - (b) Z nějaké bezesporné větve tohoto tabla zkonstruuje kanonický model \mathcal{A} teorie T , ve kterém φ neplatí. (2b)
 - (c) Je φ pravdivá, lživá, nezávislá v teorii T ? Vysvětlete proč ano nebo proč ne. (2b)
 - (d) Má T nějakou úplnou konzervativní extenzi? Uveďte příklad nebo zdůvodněte, proč ne. (2b)
 3. Nechť $T = \{\varphi\}$ je teorie v jazyce $L = \langle P, c \rangle$ s rovností, kde P je unární relační symbol, c je konstantní symbol a formule φ vyjadřuje “ $P(x)$ platí pro nejvýše tři prvky”.
 - (a) Popište všechny konečné modely teorie T . (2b)
 - (b) Nechť $T' = \{P(x) \rightarrow x = c \vee x = d \vee x = e\}$ je teorie v jazyce $L' = \langle P, c, d, e \rangle$, kde P je unární relační symbol a c, d, e jsou konstantní symboly. Je T' extenze teorie T ? Je to konzervativní extenze? Zdůvodněte. (2b)