

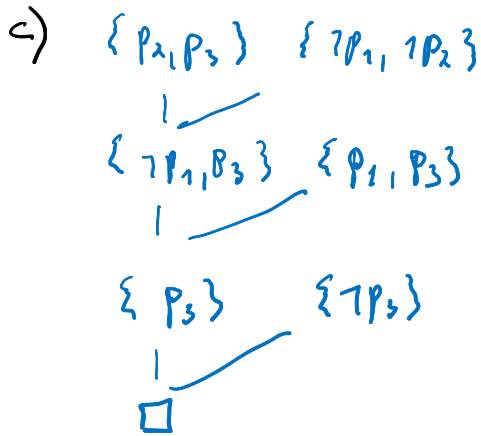
1) a) $\mathcal{L}_1: P_1 \leftrightarrow \neg P_2 \wedge \neg P_3$
 $\mathcal{L}_2: P_2 \leftrightarrow \neg P_3$
 $\mathcal{L}_3: P_3 \leftrightarrow \neg P_1$

pozn: číselky jsou komentářové, které v řešení být nemusí, ale můžeme se na to zeptat.

b) $\mathcal{L}_1 \sim (\neg P_1 \vee \neg P_2) \wedge (\neg P_1 \vee \neg P_3) \wedge (P_1 \vee P_2 \vee P_3)$
 $\mathcal{L}_2 \sim (\neg P_2 \vee \neg P_3) \wedge (P_2 \vee P_3)$
 $\mathcal{L}_3 \sim (\neg P_1 \vee \neg P_3) \wedge (P_1 \vee P_3)$

$S = \{ \{ \neg P_1, \neg P_2 \}, \{ \neg P_1, \neg P_3 \}, \{ P_1, P_2, P_3 \}, \{ \neg P_2, \neg P_3 \}, \{ P_2, P_3 \}, \{ \neg P_1, \neg P_3 \}, \{ P_1, P_3 \}, \{ \neg P_3 \} \}$

negace, neboť chceme dokázat P_3



d) ANO, záměnkou v c) je LI-věrostať.

e) ANO, teorie $T = \{ \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3 \}$ je kompletní. Z c) máme

$T \models P_3$, $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_3$ pat $T \models \neg P_1, \neg P_2$

Nejstarejší když odpoví stejně, nejnovější opačně než prostřední.

3) a) i) $(N = \{ x \in \mathbb{Z} \mid a \nmid x = \text{abs}(x) \})$ je definovatelná v a

ii) $\{1\}$ není definovatelná v a , neboť není invariantní vzhledem k automorfismům f struktury a dané:

$f(1) = 2, f(2) = 1, f(-1) = -2, f(-2) = -1, f(x) = x$ jinak

aby f zachoval abs^a

b) NGN, např. $A \models (\forall x)(x = \text{abs}(x))$ ale $B \models (\exists x)(x = \text{abs}(x))$.

Tedy sentence $(\forall x)(x = \text{abs}(x))$ platí v $\mathcal{Th}(B)$ a neplatí v $\mathcal{Th}(A)$.

2a) $\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow R(x))$

$\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$

$\neg P(c_0) \rightarrow Q(c_0)$ c_0 nová

$\neg(\exists x)(\neg R(x) \rightarrow \neg Q(x))$

$\neg \neg R(c_1) \rightarrow \neg Q(c_1)$ c_1 nová

$\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow R(x))$

$\neg P(c_0) \rightarrow R(c_0)$

$\neg P(c_0)$

$\neg R(c_0)$

$\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow R(x))$

$\neg P(c_1) \rightarrow R(c_1)$

$\neg P(c_1)$

$\neg R(c_1)$

$\neg P(c_0)$ $\neg Q(c_0)$

\circledast

$\neg R(c_1)$ $\neg \neg Q(c_1)$

$\neg R(c_1)$

\circledast

$\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow R(x))$

$\neg P(c_2) \rightarrow R(c_2)$

$\neg P(c_2)$

$\neg R(c_2)$

značí nekonečnou
všech, jsou na ní
(redukované) položky
 $\neg P(c_i) \rightarrow R(c_i)$ pro
všední pomocné symboly c_i .

univerzální funkci vložení
konstanty do jazyka \mathcal{L}

b) $\mathcal{A} = \langle A = \{c_0, c_1, \dots\}, P^{\mathcal{A}} = A, R^{\mathcal{A}} = \emptyset, Q^{\mathcal{A}} = \{c_0\} \rangle$

(po redukci na jazyk \mathcal{L}_1 tj.
bez $c_i^{\mathcal{A}} = c_i$ pro každé i .)

c) \mathcal{C} není dokazatelná z T , viz a)
(rovněž $\mathcal{A} \not\models \mathcal{C}$) Zřejmě

\mathcal{C} není zamítnutelná z T , neboť existuje

$\mathcal{B} \models \mathcal{C}$, kde \mathcal{B} je model T :

$\mathcal{B} = \langle \underbrace{\{c_0\}}_{\mathcal{B}}, P^{\mathcal{B}} = \emptyset, R^{\mathcal{B}} = \mathcal{B}, Q^{\mathcal{B}} = \mathcal{B} \rangle$

$\Rightarrow \mathcal{C}$ není důsledkem T .

d) DEMA. T není kompletní, viz b)

kompletní extenze T by tedy
nebyla konzervativní.

(důkazovala by \mathcal{C} či $\neg \mathcal{C}$)