

Zkouška VPL - písemná část

1. července 2021

1. Nechť $T = \{\neg p \rightarrow q, \neg q \rightarrow \neg r, \neg p \rightarrow r, \neg r, s \rightarrow \neg q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$.

- (a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)
- (b) Tablo metodou nalezněte všechny modely teorie T . (3b)
- (c) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v CNF a také výrokem v DNF. (2b)
- (d) Zjistěte, kolik je navzájem
 - (i) neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou nezávislé v T ,
 - (ii) T -neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou nezávislé v T .Uveďte zdůvodnění. (2b)

2. Uvažme diplomacii, o které víme:

- (i) *Být spojenci* i *být nepřáteli* jsou symetrické relace.
- (ii) Spojenci nemohou být nepřáteli a naopak.
- (iii) Nepřítel nepřítel je spojenec.

Ukažte rezolucí, že pak:

- (iv) Žádné tři (ne nutně různé) státy nejsou navzájem nepřátelé.

Konkrétně:

- (a) Tvrzení (i) až (iv) vyjádřete sentencemi φ_1 až φ_4 jazyka $L = \langle S, N \rangle$ bez rovnosti, kde S, N jsou binární relační symboly a $S(x, y), N(x, y)$ značí, že “ x je spojenec y ” resp. “ x je nepřítel y ”. (2b)
- (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nebo jejich negací nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nespílitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} \models \varphi_4$. Převed'te T do množinové reprezentace. (2b)
- (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
- (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů teorie T , která je nespílitelná. (2b).
- (e) Je $T \vdash_{LI} \square$? Uveďte zdůvodnění. (2b)

3. Nechť $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R \rangle$ s rovností, kde P, R jsou unární relační symboly s axiomem φ vyjadřujícím, že “ $P(x) \vee R(x)$ platí pro právě 3 prvky x .”

- (a) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)
- (b) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)