

Zkouška VPL - písemná část

14. ledna 2021

1. Nechť $T = \{(\neg p \rightarrow q) \vee r, (r \leftrightarrow q) \rightarrow \neg p\}$ je teorie nad množinou prvovýroků $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.

- (a) Pomocí tablo metody najděte všechny modely teorie T nad \mathbb{P} . (3b)
- (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v CNF a výrokem v DNF. (2b)
- (c) Je teorie T extenzí teorie $S = \{q \leftrightarrow \neg r\}$ nad $\mathbb{P}' = \{q, r\}$? Je konzervativní extenzí? (2b)
- (d) Určete, kolik je navzájem v teorii T neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} takových, že jsou v T (i) pravdivé, (ii) nezávislé. Uveďte zdůvodnění. (2b)

2. Víme, že:

- (i) Všichni psi vyjí.
- (ii) Kdo má kočku, nemá myši.
- (iii) Kdo špatně spí, nemá nic, co vyje.
- (iv) Každý má psa nebo kočku.

Dokažte rezolucí, že

- (v) Kdo špatně spí, nemá myši.

Konkrétně:

- (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ v jazyce $L = \langle P, K, M, S, V, H \rangle$ bez rovnosti, kde P, K, M, S, V jsou unární relační symboly a H je binární relační symbol a $P(x), K(x), M(x), S(x), V(x), H(x, y)$ po řadě značí, že “ x je pes”, “ x je kočka”, “ x je myš”, “ x špatně spí”, “ x vyje” a “ x má y ”. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nebo jejich negací nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nespílitelná, právě když $\{\varphi_1, \dots, \varphi_4\} \models \varphi_5$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF nalezněte teorii S ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište S v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že S není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (e) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů S , která je nespílitelná. (2b)
3. Nechť $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle U, c \rangle$ s rovností, kde U je unární relační symbol, c je konstantní symbol a axiom φ vyjadřuje “*Existuje alespoň 5 prvků, pro které platí $U(x)$.*”
- (a) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)
 - (b) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)