

Zkouška VPL – písemná část

28. ledna 2021

1. Aladin našel v jeskyni dvě truhly, A a B . Ví, že každá truhla obsahuje buď poklad, nebo smrtonosnou past.

- Na truhle A je nápis: “Alespoň jedna z těchto dvou truhel obsahuje poklad.”
- Na truhle B je nápis: “V truhle A je smrtonosná past.”

Aladin ví, že buď jsou oba nápisy pravdivé, nebo jsou oba lživé.

- Vyjádřete Aladinovy informace jako teorii T nad vhodně zvolenou množinou výrokových proměnných \mathbb{P} . (Vysvětlete význam jednotlivých výrokových proměnných v \mathbb{P} .) (2b)
- Pomocí tablo metody najdete všechny modely teorie T . (2b)
- Může Aladin zvolit truhlu tak, aby si byl jistý, že bude obsahovat poklad? Pokud ano, kterou? (2b)
- Najděte příklad výroků v jazyce \mathbb{P} , které jsou T -ekvivalentní, ale ne logicky ekvivalentní, nebo zdůvodněte, proč takové výroky neexistují. (2b)

2. Buď T následující teorie v jazyce $L = \langle R, A \rangle$ bez rovnosti, kde R je binární relační symbol a A je unární relační symbol:

$$T = \{(\exists x)(\forall y)(R(x, y) \rightarrow R(y, x)), \\ (\forall x)((\exists y)(R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow \neg A(x)), \\ (\exists y)R(x, y), \\ \neg(\exists x)\neg A(x)\}$$

- Pomocí Skolemizace najdete otevřenou teorii T' (nad vhodně rozšířeným jazykem) ekvivalentní s T . (2b)
 - Převeďte T' na ekvivalentní teorii S v CNF. Napište S v množinové reprezentaci. (2b)
 - Najděte rezoluční zamítnutí teorie S . Nakreslete rezoluční strom, v každém kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - Najděte konjunkci základních instancí axiomů S , která je nesplnitelná. *Nápověda: Použijte unifikace z (c).* (2b)
 - Má teorie T úplnou jednoduchou extenzi? Pokud ano, uveďte příklad. Pokud ne, vysvětlete proč. (2b)
3. Buď $T = \{\neg E(x, x), E(x, y) \rightarrow E(y, x), (\exists x)(\exists y)(\exists z)(E(x, y) \wedge E(y, z) \wedge E(x, z) \wedge \neg(x = y \vee y = z \vee x = z)), \varphi\}$ teorie v jazyce $L = \langle E \rangle$ s rovností, kde E je binární relační symbol a φ vyjadřuje, že “existují právě čtyři prvky”.
- Uvažme rozšíření $L' = \langle E, c \rangle$ jazyka o nový konstantní symbol c . Určete počet (až na ekvivalenci) teorií T' v jazyce L' , které jsou extenzemi teorie T . (3b)
 - Má T nějakou konzervativní extenzi v jazyce L' ? Zdůvodněte. (2b)