

Zkouška VPL - písemná část

9. února 2021

1. Nechť $T = \{p \rightarrow (\neg q \rightarrow r), q \rightarrow p \vee \neg r\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Tablo metodou naleznete všechny modely teorie T . (3b)
 - (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v DNF a výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Je teorie T extenzí teorie $S = \{q \leftrightarrow r\}$ nad $\{q, r\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou pravdivé či lživé v $T \cup S$. Uveďte zdůvodnění. (2b)

2. Ukažte pomocí rezoluce, že z tvrzení:
 - (i) *Kdo chce, hledá způsoby, kdo nechce, hledá důvody.*plyne, že
 - (ii) *Kdo nehledá způsoby, hledá důvody.*Konkrétně:
 - (a) Uvedená dvě tvrzení vyjádřete sentencemi v prenexním tvaru φ_1, φ_2 v jazyce $L = \langle C, Z, D \rangle$ bez rovnosti, kde C, Z, D jsou unární relační symboly a $C(x), Z(x), D(x)$ (po řadě) značí, že “ x chce”, “ x hledá způsoby” a “ x hledá důvody”. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí (či jejich negací) naleznete otevřenou teorii T , která je nespílitelná, právě když z φ_1 plyne φ_2 . Napište T v množinové reprezentaci. (2b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí tři rezoluční kroky.* (3b)
 - (d) Naleznete konjunkci základních instancí axiomů teorie T , která je nespílitelná. (2b)
 - (e) Je $T \vdash_{LI} \square$? Uveďte zdůvodnění. (1b)

3. Nechť $T = \{x = f(f(x)), \varphi, c_1 \neq c_2\}$ je teorie jazyka $L = \langle f, c_1, c_2 \rangle$ s rovnostmi, kde f je unární funkční symbol, c_1, c_2 jsou konstantní symboly a axiom φ vyjadřuje, že “existují právě 3 prvky”.
 - (a) Určete, kolik má teorie T navzájem neekvivalentních jednoduchých kompletních extenzí. Napište dvě z nich. (3b)
 - (b) Nechť $T' = \{x = f(f(x)), \varphi, f(c_1) \neq f(c_2)\}$ je teorie stejného jazyka, axiom φ je stejný jako výše. Je T' extenze T ? Je T extenze T' ? Pokud ano, jde o konzervativní extenzi? Uveďte zdůvodnění. (2b)