

## Cvičení ze základů složitosti a vyčísitelnosti - 4

12. a 19. listopadu 2013

### Probrané příklady

1. Odvozování ČRF funkcí (dokončení).
  - (a)  $f(x) = x - 1$  pokud  $x > 0$  a  $f(0) = 0$ ,
  - (b)  $f(x, y) = x \dot{-} y = x - y$  pokud  $x \geq y$ , jinak  $x \dot{-} y = 0$ .
  - (c)  $h(x, y) = q(x, y) ? t(x, y) : f(x, y)$ , kde  $q, t, f$  jsou již odvozené funkce,
  - (d)  $h(x)$  nedef. pro žádné  $x$ .
  - (e)  $div(x, y)$  (celočíslné dělení,  $div(x, 0)$  nedef. pro žádné  $x$ ).
2. Univerzální funkce pro třídu PRF.
  - (a) Ukažte, že PRF jsou enumerovatelné.
  - (b) Dokažte, že univerzální funkce pro třídu PRF je obecně rekurzivní ale není primitivně rekurzivní.
3. Primitivně rekurzivní, obecně rekurzivní a rekurzivně spočetné predikáty. Rekurzivní a rekurzivně spočetné množiny.
  - (a) Jakou třídu tvoří predikáty resp. množiny, jejichž charakteristická funkce je ČRF?
  - (b) Dokažte, že každá rekurzivní množina je rekurzivně spočetná. Tj. pomocí její ORF charakteristické funkce sestrojte ČRF funkci, jejíž je doménou.
  - (c) Na jaké logické resp. množinové operace jsou jednotlivé třídy uzavřené?
  - (d) Dokažte, že PRP jsou vlastní podtřídou ORP, jež jsou vlastní podtřídou RSP.

### Domácí úkoly - pro lichý týden (po 1 bodu)

4. Dokažte či vyvraťte, že pro každé  $x$  je množina  $A(x) = \bigcup_{y \in W_x} W_y$  rekurzivně spočetná.
5. Dokažte, že  $K \leq_1 Tot$ , kde  $K = \{x \mid x \in W_x\}$  a  $Tot = \{x \mid W_x = \mathbb{N}\}$ .

### Domácí úkoly - pro sudý týden (po 1 bodu)

4. Dokažte či vyvraťte, že třída rekurzivních množin a třída rekurzivně spočetných množin je uzavřená na symetrický rozdíl.
5. Dokažte, že  $\overline{K} \leq_1 Tot$ , kde  $K = \{x \mid x \in W_x\}$  a  $Tot = \{x \mid W_x = \mathbb{N}\}$ .