

Cvičení ze základů složitosti a vyčíslitelnosti - 5

26. listopadu a 3. prosince 2013

Probrané příklady

- Univerzální ČRF, Kleeneho věta o normálním tvaru, s-m-n věta. Nalezněte prostou PRF funkci f takovou, že
 - $\varphi_{f(x,y)}(z) \simeq \varphi_x(z) + \varphi_y(z)$ pro všechna x, y, z ,
 - $W_{f(x)} = \{0, 1, \dots, x\}$ pro všechna x ,
 - $W_{f(x,y)} = W_x \cup W_y$ pro všechna x, y .
- Konečné aproximace, generování rekurzivně spočetných množin.
 - Dokažte, že pro každé x je množina $A_x = \bigcup_{y \in W_x} W_y$ rekurzivně spočetná.
 - Dokažte, že oborem hodnot každé ČRF je rekurzivně spočetná množina.
 - Dokažte, že každá rek. spočetná množina je oborem hodnot nějaké prosté úsekové ČRF.
- 1- a m -převoditelnost, 1- a m -ekvivalence, 1- a m -úplnost.
 - V jakém smyslu 1- a m -převoditelnost zachovává rekurzivitu, resp. rekurzivní spočetnost?
 - Nalezněte příklad množin A, B takových, že $A \leq_m B$ a $A \not\leq_1 B$.
 - Dokažte, že $K = \{x \mid \varphi_x(x) \downarrow\}$ je 1-úplná pro rekurzivně spočetné množiny.
 - Dokažte, že $K \leq_1 Tot$ a $\overline{K} \leq_1 Tot$, kde $K = \{x \mid x \in W_x\}$ a $Tot = \{x \mid W_x = \mathbb{N}\}$.

Domácí úkoly - pro lichý týden (po 1 bodu)

- Nechť $D \neq \emptyset$ je daná konečná množina. Dokažte $K \equiv_1 \{x \mid W_x \supseteq D\}$.
- Dokažte, že existuje $a \in \mathbb{N}$ takové, že $\varphi_a(x) \simeq \varphi_x(a)$ pro všechna $x \in \mathbb{N}$.
- Nalezněte polynomiální transformaci problému **HK** na **HC**. Instancí obou problému je neorientovaný graf G . Otázka je, zda G má Hamiltonovskou: kružnici u **HK**, cestu u **HC**.

Domácí úkoly - pro sudý týden (po 1 bodu)

- Nechť $D \neq \emptyset$ je daná konečná množina. Dokažte $\overline{K} \equiv_1 \{x \mid W_x \subseteq D\}$.
- Dokažte, že pro každou ČRF h $(n+1)$ -proměnných existuje a takové, že

$$\varphi_a(x_1, \dots, x_n) \simeq h(a, x_1, \dots, x_n) \quad \text{pro každé } x_1, \dots, x_n,$$

tedy h může pracovat se svým kódem (přesněji s kódem ekvivalentního programu).

- Nalezněte polynomiální transformaci problému **HC** (Hamiltonovská cesta v daném grafu) na **HCsPP** (Hamiltonovská cesta s daným perfektním párováním). Problém **HC** je popsán výše. Instancí problému **HCsPP** je graf G se zadaným perfektním párováním M . Otázka je, zda G má Hamiltonovskou cestu obsahující M .

Poznámka

Jde o poslední sadu domácích úkolů. Kdo za domácí úkoly bude mít celkem alespoň 6 bodů (z možných 13), získává zápočet ještě před písemkou.