

## Cvičení ze základů složitosti a vyčíslitelnosti - 6

10. prosince 2013

### Probrané příklady

1. Věta o rekurzi.
  - (a) Nechtě  $a$  je pevný bod získaný z věty o rekurzi pro funkci  $f$ . Který z programů  $a$ ,  $f(a)$  běží déle?
  - (b) Nalezněte  $a$  takové, že  $\varphi_a(x) = a$  pro všechna  $x$ . Tedy program  $a$ , který vydá svůj vlastní kód (tzv. Quine).
  - (c) Nalezněte  $a$  takové, že  $W_a = \{a\}$ .
  - (d) Kolik pevných bodů má každá ČRF? Jak jich lze nalézt nekonečně mnoho?
2. Riceova věta. Dokažte, že problém, zda daný program pro nějaký vstup vrací nulu, je algoritmicky nerozhoditelný.
3. Deterministické a nedeterministické časové a prostorové třídy.
  - (a) Uvažme restriktce  $A_k = \{x \in A ; |x| = k\}$  problému  $A$  na vstupy délky  $k$ . Platí  $A \in P$ , jestliže  $A_k \in P$  pro všechna  $k$ ?
  - (b) Nechtě  $A$  je konečný problém. Do jakých složitostních tříd patří?
4. Nedeterministický Turingův stroj, třída **NP**, definice pomocí polynomiálně ověřitelných certifikátů, polynomiální transformace, **NP**-těžkost a **NP**-úplnost.
5. Nalezněte polynomiální transformace mezi následujícími problémy:
  - (a) **KLIKA** na **NEZ** a obráceně,
  - (b) **NEZ** na **VP** a obráceně,
  - (c) **SAT** na **KLIKA**,kde
  - **SAT** je problém splnitelnosti dané Booleovské formule v CNF tvaru,
  - **KLIKA** je problém, zda daný graf obsahuje úplný podgraf (kliku) dané velikosti,
  - **NEZ** je problém, zda daný graf obsahuje nezávislou množinu dané velikosti,
  - **VP** je problém, zda daný graf má vrcholové pokrytí dané velikosti,
6. Co z těchto transformací vyplývá o **NP**-úplnosti uvedených problémů?

### Poznámka

Na cvičení 7.1. se bude psát zápočtová písemka, společně obě skupiny. V písemce je možné získat 15 bodů, na zápočet je třeba aspoň 8 bodů (včetně již získaných).

Příklady v písemce budou obdobné příkladům řešeným na cvičení. Budou v ní příklady na TS a jejich modifikace, odvozování ČRF, rek. a r.s. množiny a predikáty, 1-převoditelnost, větu o rekurzi, složitostní třídy, polynomiální transformace.