1. CVIČENÍ Z OPTIMALIZAČNÍCH METOD

Naučíme se nový „programovací jazyk“: lineární nerovnice

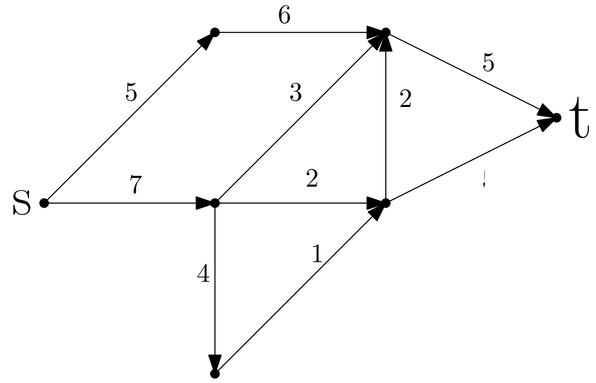
PŘÍKLAD PRVNÍ Pekárna peče chleby, housky, bagety a koblihy.

- K upečení jednoho chleba potřebuje půl kila mouky, 10 vajec a 50 g soli.
- Na jednu housku je zapotřebí 150 g mouky, 2 vejce a 10 g soli.
- Na bagetu potřebuje 230 g mouky, 7 vajec a 15 g soli.
- Na jednu koblihu je třeba 100 g mouky a 1 vejce.

Pekárna má k dispozici 5 kilo mouky, 125 vajec a půl kila soli. Za jeden chleba získá pekárna 20 korun, za housku 2 koruny, za bagetu 10 korun a za koblihu 7 korun.

Pekárna se snaží vydělat co nejvíce. Jak ale zjistí kolik chlebů, housek, baget a koblih má upéci?

PŘÍKLAD DRUHÝ Vytvořte lineární program, který najde maximální st-tok v síti na obrázku. Jak bude vypadat LP pro obecnou síť?



PŘÍKLAD TŘETÍ Vyřešte grafickou metodou následující systém nerovnic (čili LP):

$$
\begin{aligned}
-2x + 3y &\leq 3\\
x + y &\leq 6\\
-x + y &\geq -4\\
x + 3y &\leq 12\\
x &\geq 0\\
y &\geq 0
\end{aligned}
$$

Pro účelové funkce:

a) max $x + y$
b) max $-3x + y$

Co se stane, když odebereme poslední dvě podmínky, tj. $x \geq 0, y \geq 0$?

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Rozhodněte, zda lze a popř. jak:

1. Převést maximalizační LP na minimalizační a naopak.
2. Převést LP, které má všechny proměnné $x \in \mathbb{R}_0^+$, na LP s proměnnými $x' \in \mathbb{R}$ a naopak.
3. Převést LP s podmínkami ve tvaru nerovností a s proměnnými $x \in \mathbb{R}$ na LP, jehož podmínky jsou pouze rovnosti, ale proměnné jsou omezené (a naopak).
4. Převést úlohu LP bez optimalizační klauzule na rovnicový tvar a vyřešit Gaussovou eliminací.

PŘÍKLAD PÁTÝ Formulujte prokládání přímkou jako LP. Máme n bodů v rovině. Najděte přímku (resp. souřadnice přímky), která minimalizuje sumu vertikálních vzdáleností bodů od výsledné přímky. Vertikální vzdálenost je vzdálenost měřena pouze na ose y.

Pro jednoduchost předpokládejte, že výsledná přímka není kolmá na osu x.