

## Příklady – 6. cvičení

### Binomická věta a spol.

#### Příklad 1

Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou:

$$(a) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n \quad (b) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 \quad (c) \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r} \quad (d) \sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

#### Příklad 2

Sečtěte: (a)  $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$  (b)  $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$  (c)  $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{4n}{2k}$  (d)  $\sum_{k=0}^{2n-1} (-1)^k \binom{4n}{2k+1}$

#### Příklad 3

Kolik má množina  $X$ ,  $|X| = n$  podmnožin sudé velikosti?

### Princip inkluze a exkluze a jiné sladké pečivo

#### Příklad 4

Kolik čísel zbyde z  $1, \dots, 999$  po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7? A jak to bude obecně pro  $1, \dots, n$ ?

#### Příklad 5

Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

#### Příklad 6

Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov (a) BAR, DEN, RAZIE (b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

#### Příklad 7

Kolika způsoby lze postavit do řady 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?