Domácí úkol – 2. cvičení

Deadline: 18. 10. 2017, 17:20 (před 3. cvičením)

Příklad 1 (4b)

Mějme relace $R, S \subseteq \mathbb{N}^2$ definované následovně:

$$xRy \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, n > 1 : n|x \wedge n|y,$$

$$xSy \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : y = nx.$$

Dokažte, že platí $R \circ S \neq S \circ R$.

Příklad 2 (3b)

Buď R a S tranzitivní relace na téže množině. Které z následujicích relací jsou také tranzitivní (své tvrzení samozřejmě dokažte)? (a) $R \cup S$, (b) $R \cap S$, (c) $R \setminus S$, (d) $R \triangle S$, (e) $R \circ S$, (f) R^{-1}.

Příklad 3 (2b)

Rozhodněte, zda jsou následující relace ekvivalence a pokud ano určete třídy ekvivalence:

(a) $R_1 \subseteq \mathbb{N}^2$, $xR_1y \Leftrightarrow p|(x-y)$ $(p \in \mathbb{N}, p \geq 2)$,

(b) $R_2 \subseteq (\mathbb{Z} \setminus \{0\})^2$, $xR_2y \Leftrightarrow x|y \wedge y|x$,

(c) $R_3 \subseteq \mathbb{N}^2$, $xR_3y \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z|y \wedge z|x$. Co se stane, budeme-li požadovat $z > 1$?