BONUSOVÝ VÁNOČNÍ ÚKOL

Deadline na odevzdání je na Tři krále 6. 1. ve 23:59.

Příklad první **6 bodů**

Nechť $T_1 = (V, E_1)$ a $T_2 = (V, E_2)$ jsou dva stromy s toutéž množinou vrcholů V. Uvažujme graf $G = (V, E_1 \cup E_2)$. Dokažte, že G je vždy možné (řádně) obarvit pomocí 4 barev. Najděte také příklad T_1 a T_2, kdy tři barvy nestačí. *[Hint: Může se hodit ukázat, že na obarvení stromu stačí dvě barvy.]*

Příklad druhý **9 bodů**

Mějme množinu $\mathcal{G}$ všech grafů G takových, že: $V_G \subset \mathbb{N}, |E_G| = 303$ a G má 151 vrcholů stupně 3. (Poslední podmínce rozumějte tak, že G může mít ještě další vrcholy jiných stupňů).

Rozhodněte (a patřičně zdůvodněte), zdali na množině $\mathcal{G}$ platí následující tvrzení:

(a) Graf $G \in \mathcal{G}$ je souvislý, právě když G je strom.
(b) Pokud $G \in \mathcal{G}$ obsahuje vrchol stupně 7, potom G není strom.
(c) Je-li $G \in \mathcal{G}$ nesouvislý a přitom nemá izolované vrcholy, potom tento G obsahuje cyklus.