

Za domácí úkol máte příklady 1, 2 a 3. Důkladně si přečtěte zadání!

U všech níže uvedených příkladů se snažte najít algoritmus, který zadanou úlohu vyřeší co možná nejrychleji s co nejmenší spotřebou paměti. Vždy uvádějte časovou a paměťovou složitost vašich algoritmů i s důkazy správnosti vašich tvrzení.

Příklad 1. Máme graf silniční sítě a pro každou silnici známe její délku, průměrnou dobu jízdy a mýtné. Navrhněte algoritmus, který najde nejlevnější cestu kamionu, je-li nutné platit naftu (známe spotřebu na kilometr a cenu nafty), mzdu (řidič je placen za hodinu jízdy) a mýtné.

Příklad 2. Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Navrhněte algoritmus, který najde nejrychlejší cestu i v tomto případě.

Příklad 3. Pro daný neorientovaný ohodnocený graf rozhodněte, zda obsahuje zápornou kružnici, a pokud existuje, tak vymyslete způsob, jak libovolnou zápornou kružnici najít.

Příklad 4. Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo?

Příklad 5. Mějme mapu království s městy a cestami mezi nimi. Na cestách číhají lupiči – u každé cesty mezi městy je poznamenána pravděpodobnost, že karavana jedoucí po této cestě bude přepadena. Naplánujte nejbezpečnější trasu z jednoho města do druhého.

Příklad 6. Jak z výsledku Floydova-Warshallova algoritmu zjistíme, kudy nejkratší cesta mezi nějakými dvěma vrcholy vede?

Příklad 7. Tramtáři jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase t na nádraží a a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží b . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.

Příklad 8. Mějme souvislý neorientovaný graf G . V jakém pořadí odtrhávat vrcholy tak, aby graf zůstal souvislý? Napište program, který najde posloupnost všech vrcholů v_1, \dots, v_n grafu G takovou, že $G \setminus \{v_1, \dots, v_k\}$ je souvislý pro všechna $k = 1, \dots, n - 1$.

Popis vstupu: Na první řádce jsou dvě čísla n a m udávající počet vrcholů a hran. Následuje m řádků (jeden pro každou hranu) obsahující dvě čísla udávající koncové vrcholy jednotlivých hran. Vrcholy jsou očíslovány od 0 do $n - 1$. Můžete předpokládat, že vstup je korektní a daný graf je doopravdy souvislý (nemusíte testovat).

Popis výstupu: Jeden řádek obsahující posloupnost všech vrcholů grafu splňující zadání. Jednotlivé vrcholy musí být odděleny právě jednou mezerou.

Příklad vstupu

```
3 2
0 1
1 2
```

Grafem je cesta na vrcholech 0, 1 a 2.

Příklad výstupu

```
2 0 1
```

V tomto příkladě je správným výstupem libovolná posloupnost čísel 0, 1 a 2 nezačínající číslem 1.