Algoritmy a datové struktury 2: Cvičení 2

Revers slova a je slovo a^R, které vznikne zapsáním slova a od konce. Slovo a je palindrom, jestliže $a = a^R$.

Exercise 1. *Nalezněte příklad sena S a jehli J takové, že součet délek všech výskytů J v S je $\Omega(|J| + |S|)$. Tento příklad ukazuje, proč při hlášení výskytu jehli uvádíme jen pozici začátku výskytu J v S.*

Exercise 2. *Nyní předchozí příklad zobecněme pro více jehel, kde bychom pro každou pozici v seně chtěli vyjmenovat jehli. Samozdřejmě z předchozího cvičení už víme, že musíme uvádět jen indexy do pole všech jehel a nikoliv celé jehly.*

Nalezněte příklad jehel a sena, v němž je asymptoticky více než lineární počet výskytů. Přesněji řečeno ukažte, že pro každé n existuje vstup, v němž je součet délek jehel a sena $\Theta(n)$ a počet výskytů není $O(n)$.

Exercise 3. *Uvažujme zjednodušený algoritmus AC, který nepoužívá zkratkové hrany a vždy projde po zpětných hranách až do kořene. Ukažte vhodnými příklady vstupů, že tento algoritmus je asymptoticky pomalejší*

Exercise 4. *Jednoduchý způsob, jak si poradit s hlášením výskytů, je předpočítat si pro každý stav s množinu $M(s)$ slov k ohlášení. Dokažte, že tyto množiny není možné sestrojit v lineárním čase s velikostí slovníku, protože součet jejich velikostí může být pro některé vstupy superlineární.*

Exercise 5. *Co kdyby abeceda byla hodně velká? Jak bychom uložili vrcholy automatu?*

Exercise 6. *Zkonstruujte vyhledávací automat pro slovo abrakadabra. Co se stane, když přidáme slova brak, kobra, obr a obrok? A když ještě kandelabr?*

Exercise 7. *Co kdybychom chtěli pro každou pozici v seně hlásit jenom jeden výskyt jehly? Mohl by to být třeba ten nejdelší, který na dané pozici končí. Ukažte, jak to zařídit bez vyjmenování všech výskytů. Jak by se situace změnila, kdybychom místo nejdelšího hledali nejkratší?*

Exercise 8. *Mějme seno a jehly. Popište algoritmus, který v lineárním čase pro každou jehlu spočítá, kolikrát se v seně vyskytuje. Časová složitost by neměla záviset na počtu výskytů – ten, jak už víme, může být superlineární.*

Exercise 9. *Chcete zjistit, jestli je v senu cyklické pootočení dané jehly.*

Exercise 10 (Domácí úkol)**.** *Najděte ve slově nejdelší počáteční úsek, který je palindrom. Dále najděte nejdelší (souvislé) podslovo, které je palindrom.*