

# Domácí úkol – 1. cvičení

Deadline: 12. 10. 2017, 10:40 (před 2. cvičením)

## Příklad 1 (3b)

Rozhodněte, zda pro libovolné množiny  $A, B, C$  platí

$$(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$$

(a své tvrzení dokažte), kde  $X\Delta Y = \{u | (u \in X \wedge u \notin Y) \vee (u \notin X \wedge u \in Y)\}$ .

## Příklad 2 (2b+1b)

Dokažte, že každé přirozené číslo  $n$  lze zapsat jako součet navzájem různých Fibonacciho čísel. Formálně: dokažte, že existují  $k, i_1, i_2, \dots, i_k$  přirozená čísla taková, že:

(a)

$$2 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k,$$

(b)

$$n = \sum_j^k F_{i_j},$$

přičemž Fibonacciho posloupnost je definována rekurentně jako:  $F_1 = F_2 = 1$  a  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  pro  $n > 2$ .

Jako bonus můžete navíc dokázat, že lze zvolit  $i_1, i_2, \dots$  tak, že  $i_j - i_{j-1} > 1$  pro každé  $j > 1$  a  $j \leq k$ .

## Příklad 3 (4b)

Mějme šachovnici  $2^n \times 2^n$ , které chybí jedno políčko. Dokažte, že takovou děravou šachovnici lze pokrýt dlaždicemi tvaru L (které zabírají tři políčka) tak, že se dlaždice nepřekrývají, ani nevyčuhují ze šachovnice. [Hint: vhodně si šachovnici rozdělte a použijte indukci.]