

## Domácí úkol – 2. cvičení

Deadline: 19. 10. 2017, 10:40 (před 3. cvičením)

### Příklad 1 (4b)

Mějme relace  $R, S \subseteq \mathbb{N}^2$  definované následovně:

$$xRy \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, n > 1 : n|x \wedge n|y,$$

$$xSy \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : y = nx.$$

Dokažte, že platí  $R \circ S \neq S \circ R$ .

### Příklad 2 (3b)

Buď  $R$  a  $S$  tranzitivní relace na téže množině. Které z následujících relací jsou také tranzitivní (své tvrzení samozřejmě dokažte)? (a)  $R \cup S$ , (b)  $R \cap S$ , (c)  $R \setminus S$ , (d)  $R \triangle S$ , (e)  $R \circ S$ , (f)  $R^{-1}$ .

### Příklad 3 (2b)

Rozhodněte, zda jsou následující relace ekvivalence a pokud ano určete třídy ekvivalence:

(a)  $R_1 \subseteq \mathbb{N}^2$ ,  $xR_1y \Leftrightarrow p|(x - y)$  ( $p \in \mathbb{N}, p \geq 2$ ),

(b)  $R_2 \subseteq (\mathbb{Z} \setminus \{0\})^2$ ,  $xR_2y \Leftrightarrow x|y \wedge y|x$ ,

(c)  $R_3 \subseteq \mathbb{N}^2$ ,  $xR_3y \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z|y \wedge z|x$ . Co se stane, budeme-li požadovat  $z > 1$ ?