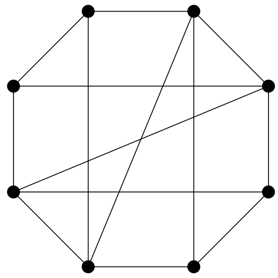
14. CVIČENÍ Z DISKRÉTKY

Malujeme obrázky!

Příklad první Rohodněte, jestli je graf na obrázku rovinný či nikoli.



Příklad druhý Dokažte (umáchejte rukama), že pro každý graf G a jeho hranu e platí: G je rovinný právě když $G\%e$ je rovinný. ($G\%e$ značí rozdělení hrany e.) Dále ukažte, že pokud G je roviný, pak i $G \cdot e$ je rovinný, ale ne naopak. ($G \cdot e$ značí kontrakci hrany e.)

Příklad třetí Dokažte, že každý rovinný graf bez trojúhelníků se dá obarvit čtyřmi barvami (chcete-li použít větu o čtyřech barvách, tak ji nejdříve dokažte :-)). *[Hint: Ukažte, že každý takový graf nutně obsahuje vrchol stupně nejvýše tři.]*

Příklad čtvrtý Najděte graf, který je obarvitelný čtyřmi barvami, ale není rovinný.

Příklad pátý Najděte všechny grafy, které nelze nakreslit do prostoru bez křížení hran. (Nakreslení do prostoru je totéž, co nakreslení do roviny, jen $\mathbb{R}^2$ vyměníme za $\mathbb{R}^3$.)

Příklad šestý Nakreslete K_5 a $K_{3,3}$ na torus (pneumatiku/americkou koblihu/hrnek s uchem/...).

Příklad sedmý Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma. *[Hint: Chcete ukázat, že duál neobsahuje liché kružnice – jak v rovinném grafu souvisí kružnice a stěny?]*

Příklad osmý Dokažte, že každý rovinný graf lze vyjádřit jako sjednocení pěti hranově disjunktních lesů.